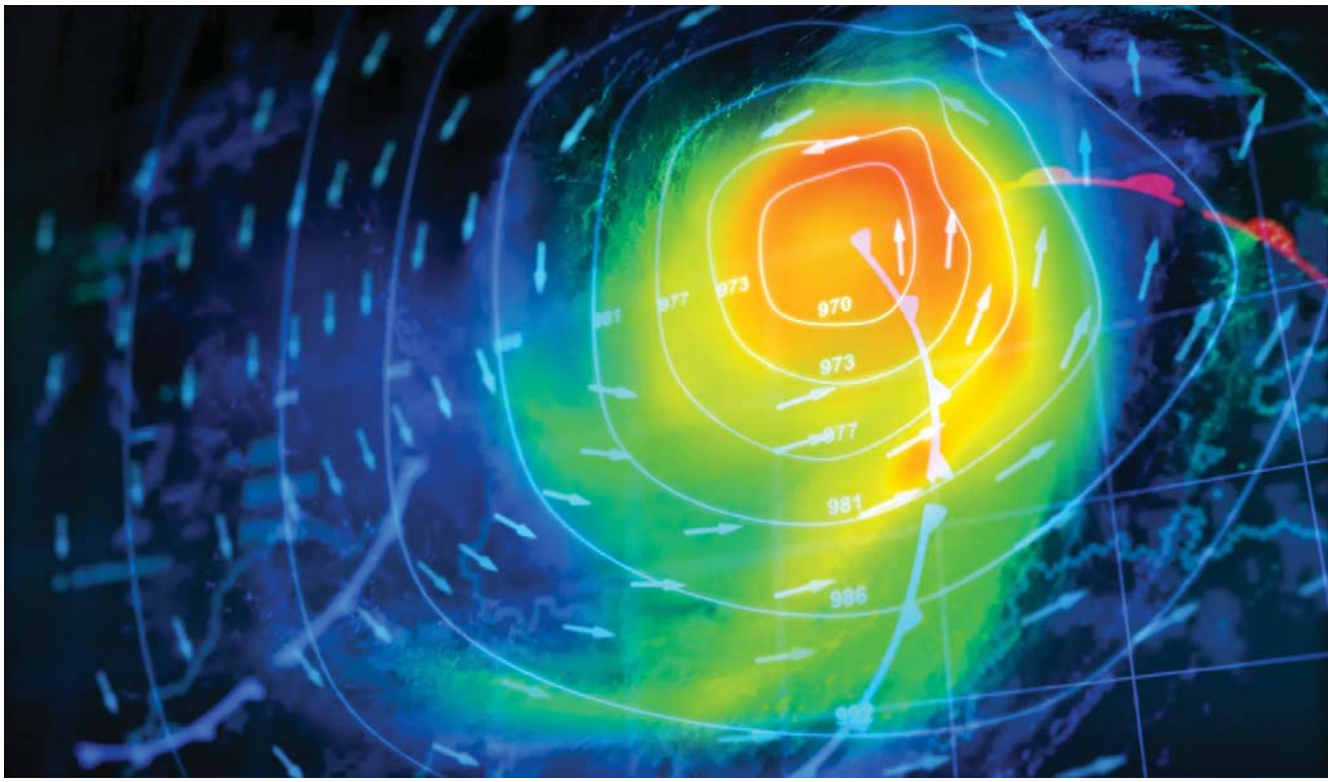
مروری بر کاربردهای ریاضی در دنیای امروز

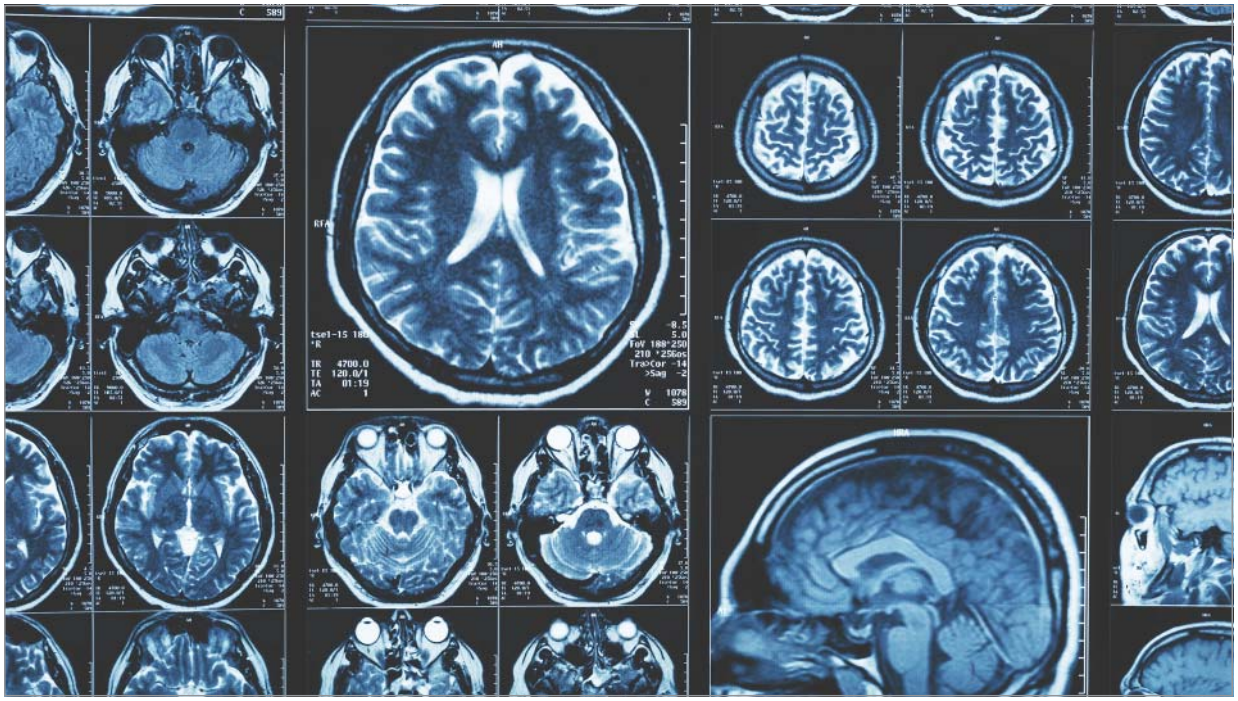
علیرضا خاتون آبادی
دکترای ریاضی و مدرس ریاضی در دانشگاه و مؤسسات
ونکوور کانادا



در ایـن مقالـه بر آن شـدم که مـواردی از کاربرد ریاضیـات در علـوم مختلـف را فهرسـت‌وار مـورد اشـاره و توضیـح مختصـر قـرار دهـم. توضیحـات دقیق‌تـر را بـه مراجـع انتهـای هـر قسـمت در مقالـه واگـذار می‌کنـم.

پیش‌بینی آب و هوا

آب و هـوا، یـک سیسـتم فوق‌العـاده پیچیـده اسـت کـه بـا میلیاردهـا مولکـول در تعامـل مسـتقیم می‌باشـد. پیش‌بینـی آب و هوا حتی بـا اسـتفاده از شـبکه گسـترده‌ی ماهواره‌هـای



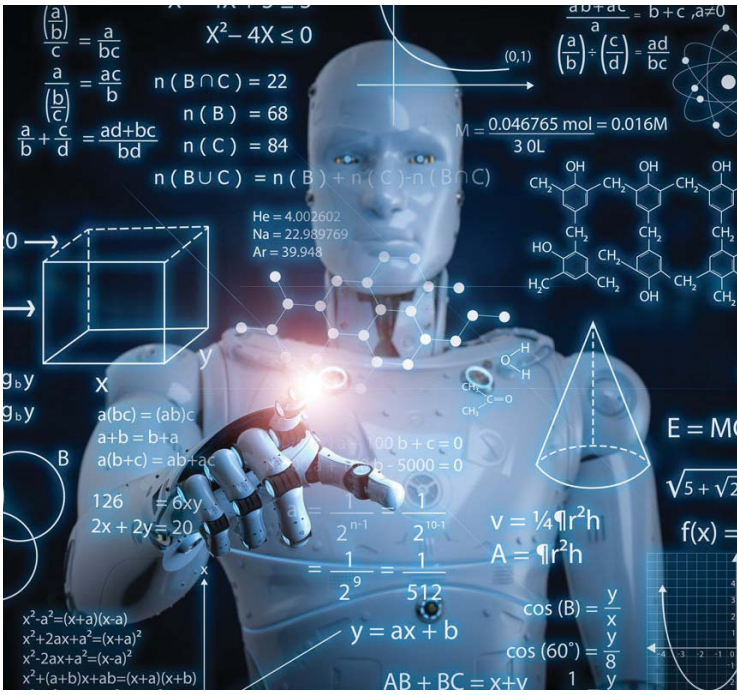
تمامی ایستگاه‌های هواشناسی و بزرگترین ابررایانه‌های جهان، کاریست بسیار دشوار. سیالاتی مانند جو از مجموعه قوانینی به نام **معادلات ناویر استوکس** پیروی می‌کنند. متأسفانه ما راه‌حل مستقیمی برای این معادلات نمی‌دانیم یکی از مهمترین مسائل حل‌نشده در ریاضیات این معادلات هستند که برای حل آن جایزه‌ی یک میلیون دلاری در نظر گرفته‌شده‌است. در عوض، ابرکامپیوترها کل اتمسفر را به میلیون‌ها بلوک تقسیم می‌کنند که هر کدام حدود یک کیلومتر مکعب است و از شبیه‌سازی‌های عددی برای ایجاد پیش‌بینی با وضوح بالا استفاده می‌کنند. اما حتی تفاوت‌های کوچک در اندازه‌گیری‌ها و پارامترهای شبیه‌سازی می‌تواند تأثیر زیادی بر این پیش‌بینی‌ها داشته‌باشد. بنابراین، پیش‌بینی دقیق آب‌وهوا بیش از چند هفته قبل هنوز غیرممکن است – اما دقت مدل‌های ریاضی و سرعت رایانه‌ها فقط در آینده باعث بهبود پیش‌بینی‌ها می‌شود.

ام‌آرآی و توموگرافی

اسکنرهای MRI می‌توانند تصاویر سه‌بعدی از بدن انسان را با گرفتن «عکس‌های فوری» دو بعدی بی‌شمار از جهات مختلف ایجاد کنند. فرآیند بازیابی مدل سه بعدی اصلی با استفاده از این عکس‌های فوری، توموگرافی نامیده‌می‌شود – و بدون ریاضیات پیشرفته مانند **تبدیل رادون** اصلاً کار نمی‌کند. ریاضیات به معنای واقعی کلمه نجات زندگی است.

اینترنت و تلفن

هم اینترنت و هم خطوط تلفن یک شبکه غول پیکر را تشکیل می‌دهند که به کاربران اجازه می‌دهد داده‌ها را مبادله‌کنند چه در وب‌سایت‌ها و چه در تماس‌ها، همه‌ی کاربران توسط لینک‌های بی‌شماری که ظرفیت مشخصی دارند به هم متصل می‌شوند. هنگامی که تماس تلفنی برقرار می‌کنید یا از یک وب‌سایت درخواست



می‌کنید، اپراتورهای شبکه باید راهی برای اتصال فرستنده و گیرنده بدون تجاوز از ظرفیت بیابند. بدون **ریاضیات تئوری صف**، تضمین یک سرویس قابل اعتماد غیرممکن خواهد بود. مدل‌های ریاضی که از **توزیع پواسون** استفاده می‌کنند، تضمین می‌کنند که هنگام برقراری تماس تلفنی، صدای تماس گیرنده را بشنوید. مسیریابی اتصالات اینترنتی بسیار دشوارتر است، درخواست‌ها با نرخ غیرقابل پیش‌بینی دریافت می‌شوند و مدت زمان متغیرتری دارند. این منجر به توسعه سوئیچینگ بسته شد و تمام داده‌ها (ایمیل‌های وب‌سایت یا فایل‌ها) به «بسته‌های» کوچکی تقسیم می‌شوند که به‌طور مستقل منتقل می‌شوند. این روش به **نظریه‌ی موجک‌ها و تبدیلات فوریه** نیاز دارد. این باعث می‌شود شبکه کارآمدتر و قوی‌تر شود، اما گاهی اوقات مسیریاب‌ها با بسته‌های بسیار زیادی بارگیری می‌شوند و اتصال از کار می‌افتد. برخی معتقدند که **ریاضیات فراکتال‌ها** می‌توانند به ایجاد یک سرویس اینترنتی بسیار مطمئن‌تر در آینده کمک کند.

تجزیه و تحلیل اپیدمی

وقتی یک اپیدمی جدید شروع می‌شود می‌توان نگران شد که متوقف نشود زیرا همیشه موارد جدید وجود دارد. این چیزی نیست که ریاضیات می‌گوید. مقدار مهم نسبت تولید مثل R0 است که با میانگین تعداد افراد آلوده‌شده توسط هر فرد عفونی مطابقت دارد. اگر R0 < 1 باشد، اپیدمی می‌میرد، در حالی که اگر R0 > 1 گسترش می‌یابد. دانش R0 استراتژی کنترل اپیدمی را هدایت می‌کند. به‌طور خاص، در صورت محدودیت منابع (مثلاً واکسن کافی برای همه)، هدف استفاده از این منابع برای کاهش R0 به زیر 1 است.

نقشه‌های زمین

نمایش زمین سه بعدی کروی ما بر روی یک نقشه دو بعدی مسطح بسیار دشوار است. ما همیشه باید با کشیدن یا له‌کردن نواحی خاصی از کره زمین، دنیا را کمی تحریف کنیم. اما ریاضیات می‌تواند کمک کند. نقشه‌کشی یک روش قابل مطالعه‌ساختن نقشه است. انواع مختلفی از پیش‌بینی‌های نقشه‌کشی تلاش‌کرده‌اند تا به این چالش نمایش زمین در فضای دو بعدی بپردازند.

خواندن سی‌دی و دی‌وی‌دی

اطلاعات روی سی‌دی‌ها و دی‌وی‌دی‌ها به‌صورت مجموعه‌ای از «تپه‌ها» و «دره‌های»

کوچک که بیش از ۱۰ برابر کوچک‌تر از عرض یک موی انسان در سطح دیسک‌ها حک شده‌اند، ذخیره می‌شوند. خراش‌ها و گرد و غبار روی سطح دیسک می‌تواند تپه‌ها و دره‌ها را همراه با اطلاعاتی که رمزگذاری می‌کنند از بین ببرد. این به این معنی است که یک DVD یا CD باید نادرست پخش شود یا اصلا پخش نشود.

ریاضیات می‌تواند به حل این مشکل کمک کند: داده‌های ذخیره‌شده روی دیسک‌ها با استفاده از کدهای Reed-Solomon کدگذاری می‌شوند. این‌ها به‌گونه‌ای طراحی شده‌اند که حتی اگر قسمت‌هایی از داده‌ها گم‌شده باشند یا رایانه‌ها مشکل داشته‌باشند، می‌توانند از داده‌های باقی‌مانده برای یافتن و تصحیح خطاها برای پُرکردن شکاف‌ها استفاده کنند. این فقط در صورتی کار می‌کند که نسبت معینی از داده‌ها درست باشد، بنابراین نمی‌توانید سی‌دی را که کاملاً خراشیده است پخش کنید. کدهای Reed-Solomon متقاطع مورد استفاده برای CD و DVD بر اساس چندجمله در زمینه‌های محدود هستند.

ذوب یخچال‌های طبیعی

تغییرات آب و هوایی یکی از بزرگترین چالش‌های پیش روی بشر در این قرن خواهد بود. به‌ویژه ذوب‌شدن یخ‌های قطبی که تأثیر قابل توجهی بر سطح دریاها و آب و هوای جهانی دارد. متأسفانه تصاویر ماهواره‌ای از بالا اطلاعات محدودی در مورد وضعیت کل سپر یخی یا فرآیندهای ذوب آنها ارائه می‌دهد.

از **احتمال و آمار** می‌توان برای تجزیه و تحلیل داده‌های محیطی به‌عنوان مثال ضخامت و ترکیب یخ استفاده کرد.در عین حال، مدل‌های پیچیده ریاضی با استفاده از **معادلات دیفرانسیل و ترمودینامیک** می‌توانند به دانشمندان کمک‌کنند تا تعامل باد، جریان‌های اقیانوس، یخ دریا و انتقال حرارت را درک‌کنند.

رمزنگاری کلید عمومی

هر زمان که ایمیلی ارسال می‌کنید یا از کارت اعتباری خود استفاده می‌کنید، اطلاعات محرمانه آنلاین باید بین رایانه شما و یک وب‌سرور رد و بدل شود. می‌توان از ریاضیات برای رمزگذاری این اطلاعات استفاده کرد تا اشخاص ثالث نتوانند آن را بخوانند و سوء استفاده کنند. کامپیوتر گیرنده به دو عدد اول بسیار بزرگ (معمولاً بیش از ۱۰۰ رقم) فکر می‌کند و محصول خود را منتشر می‌کند. رایانه‌ی

فرستنده از این محصول برای رمزگذاری پیام و ارسال آن به گیرنده استفاده می‌کند. با این‌حال، برای رفتن به عقب و رمزگشایی پیام، نه تنها باید محصول را بشناسید، بلکه باید دو عدد اول اصلی را نیز بدانید. فاکتورسازی اعداد با این اندازه بسیار سخت است، به این معنی که برای خواندن پیام باید اعداد اول اصلی را بدانید و فقط کامپیوتر گیرنده این‌کار را انجام می‌دهد. این فرآیند به نام RSA به نام مخترعان آن Rivest Shamir و Adleman در همه‌جای دنیا از بانکداری گرفته تا پیام‌های تلفن همراه استفاده می‌شود.

ناوبری ماهواره‌ای

برای تعیین هر مکان روی زمین، سیستم‌های ناوبری ماهواره‌ای مانند GPS از سیگنال‌های ماهواره‌ها استفاده می‌کنند که زمان‌های بسیار دقیقی را ارائه دهند. با پیداکردن تأخیر آنها، یک کامپیوتر می‌تواند فاصله ماهواره‌ها را محاسبه کند. اگر فاصله حداقل سه ماهواره مختلف و موقعیت این ماهواره‌ها را بدانید، می‌توانید موقعیت منحصر به فرد و دقیق‌گیرنده را در زمین پیدا کنید. برای دقت بیشتر، باید مسائل فیزیکی متعددی را در نظر بگیرید. طبق نظریه نسبیت خاص، زمان برای ماهواره سریع‌تر حرکت می‌کند و سرعت حرکت آن بسیار زیاد است، زیرا از میدان گرانشی زمین دورتر است. هر دو اثر در زندگی روزمره کم و غیرقابل تشخیص هستند. اما بدون در نظرگرفتن این اثرات، گیرنده‌های GPS در روز ۱۰ کیلومتر خطا دارند. فضای متریک تعمیم ریاضی اندازه‌گیری فواصل است. به دلیل نسبیت عام، گیرنده‌های GPS مجبورند از متریک‌کر به جای معیار اقلیدسی معمول استفاده کنند.

کدها و ارتباطات

تصور کنید که هر پیامی را می‌توان با یک نقطه در فضا نشان داد. در طول انتقال از طریق تلفن، ممکن است با صداهایی

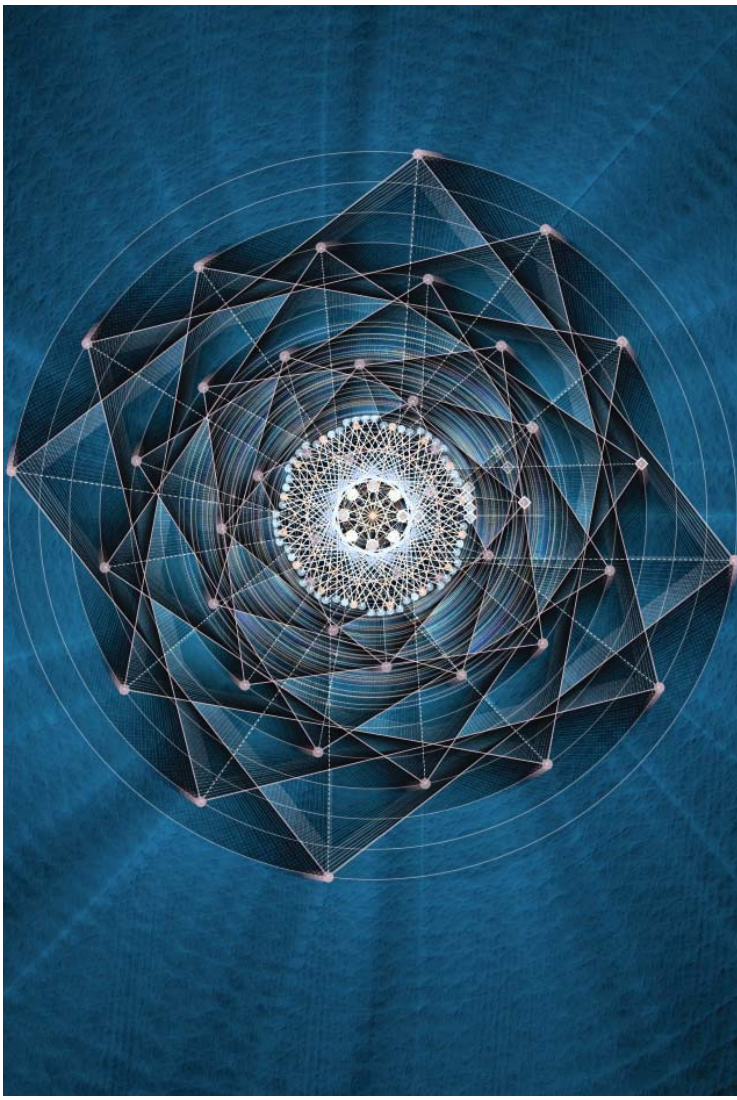
مواجه شوید که باعث می‌شود همه نقاط کمی حرکت کنند. قبل از ارسال، نمی‌دانید نقاط چگونه حرکت می‌کنند که منجر به «کره‌های عدم قطعیت» کوچک در اطراف هر نقطه پیام می‌شود. برای اینکه انتقال تا حد امکان کارآمد باشد، می‌خواهید این «کره‌ها» را تا حد امکان نزدیک‌تر کنید.

ساختن پل‌ها

پل‌های معلق پل‌های زیبایی هستند که در فواصل بین ۳۰۰ تا ۲۳۰۰متر قرار دارند. انعطاف‌پذیری و وزن کم آنها برای مهندسی عالی است. پل‌های معلق در واقع برای جلوگیری از کمانش کاملاً انعطاف‌پذیر هستند. این انعطاف‌پذیری باعث می‌شود که این پل‌ها مستعد تشدید باشند. رزونانس یک وجه است که با استفاده از معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم مدل‌سازی شده‌است.

موسیقی دیجیتال

موسیقی و صدا از امواج ارتعاشات کوچک‌سازهای بلندگو، مولکول‌های هوا و گوش ما تشکیل شده‌است. این امواج را می‌توان با نمونه‌برداری در فواصل زمانی کوتاه – معمولاً ۴۴۱۰۰ بار در ثانیه – روی یک سی‌دی به‌صورت رشته‌ای از اعداد ذخیره کرد. این تعداد زیاد است و به‌همین دلیل سی‌دی‌ها اغلب به اندازه ۷۰۰مگابایت هستند. امواج صوتی ترکیبی از امواج متعدد با فرکانس‌های مختلف است. در حالی‌که تمام فرکانس‌ها در یک سی‌دی ذخیره می‌شوند گوش ما فقط محدوده خاصی از آن را می‌شنود. تبدیل فوریه ریاضی به ما امکان می‌دهد یک موج صوتی پیچیده را به بسیاری از امواج سینوسی ساده با فرکانس‌های مختلف تقسیم کنیم. فرمت‌های صوتی مانند MP3 فقط فرکانس‌هایی را که برای انسان قابل شنیدن است حفظ می‌کنند و بنابراین فایل‌ها را بسیار کوچک‌تر می‌کنند. برای



کاهش بیشتر حجم فایل می‌توانید از کد هافمن استفاده کنید که محتوای دیجیتالی موسیقی را تجزیه و تحلیل می‌کند و مطمئن می‌شود که قسمت‌های رایج با فضای کمتری نسبت به قسمت‌های کمیاب کدگذاری می‌شوند. بدون ریاضیات، هیچ iPods Spotify یا iTunes وجود نخواهد داشت. حتی ریاضیات بیشتری برای ویرایش موسیقی دیجیتال مانند کاهش صدای ریورب و میکس استفاده می‌شود.

در شماره‌های دیگر به بیان کاربردهای دیگری از ریاضیات اشاره خواهم کرد.

منابع:

1-https://mathigon.org/course/chaos/introduction
https://www.metoffice.gov.uk/weather/learn-about/how-forecasts-are-made/computer-models/history-of-numerical-weather-prediction
https://plus.maths.org/content/and-now-weather
https://www.mathscareers.org.uk/how-maths-keeps-an-eye-on-the-weather
https://www.mathscareers.org.uk/measuring-the-weather/
2-https://en.wikipedia.org/wiki/Radon-transform
https://en.wikipedia.org/wiki/Physics-of-magnetic-resonance-imaging
https://plus.maths.org/content/saving-lives-mathematics-tomography
https://www.mathscareers.org.uk/medical-imaging-mathematics/
3-Chrome extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://www.ams.org/notices/199808/paxson.pdf
https://blog.wolfram.com/201321/03//the-mathematics-of-queues/
https://en.wikipedia.org/wiki/Packet-switching
https://mathigon.org/course/graph-theory/introduction
4-https://www.mathscareers.org.uk/epidemic-emergency
https://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical-modelling-of-infectious-diseases
5-https://mathigon.org/world/Dimensions-and-Distortions
https://en.wikipedia.org/wiki/Map_projection
https://www.youtube.com/watch?v=kIID5FDi2JQ
6-https://en.wikipedia.org/wiki/Compact-disc#Physical-details
7-https://plus.maths.org/content/maths-and-climate-change-melting-arctic
https://www.mathscareers.org.uk/taking-earths-temperature/
8-https://www.claymath.org/resource/primes-past-present-and-future/
https://en.wikipedia.org/wiki/RSA_(cryptosystem)
https://plus.maths.org/content/safety-numbers
https://mathigon.org/course/divisibility/factors-and-multiples
9-https://www.math.tamu.edu/~dallen/physics/gps/gps.htm
https://www.mathscareers.org.uk/get-lost/
10-https://en.wikipedia.org/wiki/Kepler-conjecture
https://www.mathscareers.org.uk/communications/
11-https://plus.maths.org/content/millennial-wobbles
https://en.wikipedia.org/wiki/Tacoma-Narrows-Bridge-(1940)
12-https://www.theguardian.com/technology/2002/apr/04/internetnews.maths
https://www.mathscareers.org.uk/how-mp3-compression-work/
https://en.wikipedia.org/wiki/Digital_audio